Tut 12 (Tutor) 2nd Edition

Monday, 21. January 2019 21:47

0. EINLEITUNG

- Was passiert in float.c ?
- Letzte Woche: Begrenzter Speicher !

→ Was bewirkt es bei Ganzzahlen ?

↳ Addition zwei großer Zahlen wird im Ergebnis negativ ?

↳ Überläufe & Unterläufe , also Rechenfehler

- Ebenso dramatische Auswirkung auf Gleitkommazahlen: Es kommt zu sog. Rundungsfehler wie im Codebeispiel

→ Wodurch entstehen Rundungsfehler ?

→ Verantwortungsvoller Umgang mit Gleitkommazahlen

1. GLEITKOMMAZAHLDARSTELLUNG

- Folien: Wie werden Gleitkommazahlen im Computer dargestellt ?

→ Jede Zahl ist in Vorzeichen, Exponent & Mantisse zerlegbar

GLEITKOMMAZAHLDARSTELLUNG

Bsp.: $-137.989 = -137.989 \cdot 10^0$
$= -13.7989 \cdot 10^1$
$= -1.37989 \cdot 10^2$ ↳ normierte Darstellung
...
$= -1379.89 \cdot 10^{-1}$

- VZ: −
- Exp.: 2
- M.: 1.39

- Verschiebung bewirkt Änderung im Exponent
- Normiert: Eine Vorkommaziffer

Aufg.: 0.00314 zerlegen

VZ: + Exp.: −3 M.: 3.14

i Merkhilfe: Richtung des Kommas

Komma nach $\begin{Bmatrix} \text{links} \\ \text{rechts} \end{Bmatrix}$ → Exponent $\begin{Bmatrix} ++ \\ -- \end{Bmatrix}$

- Funktioniert auch binär !

→ Basis beachten (jetzt: $2_{(10)} = 10_{(2)}$)

Bsp.: $1011.101_{(2)}$

$= 101.1101_{(2)} \cdot 10_{(2)}^{1_{(2)}}$
$= 10.11101 \cdot 10^{10}$
$= 1.011101 \cdot 10^{11}$

- VZ: 0
- EXP: $11_{(2)}$
- M: 1.011101
- M (verkürzt): 011101

- Dadurch, dass bei einer Binärzahl an erster Stelle der Mantisse immer 1 steht, kann es auch einsparen → 1 Bit gespart

i Hidden Bit (HB)

Binäre Normalform immer 1 vor dem Komma
→ Wird weggelassen , 'versteckt'

Aufg.: $-11111_{(2)}$ zerlegen

VZ: 1 EXP: $100_{(2)}$ V.M. 1111

- Jetzt begrenzten Speicher beachten & in Computer speichern

→ Folien Bit-Mapping

→ Wir verwenden eine 9-Bit Zahl in InfTech:
1 Bit VZ, 3 Bit EXP, 5 Bit V.M.

- Befüllen eines InfTech-Floats:

9-Bit float (1,3,5): $1.011101 \cdot 10^{11}$

0	1	1	0	0	1	1	1	0

↳ Exzessdarstellung !

Exponent: Exzessdarstellung $0_{(10)} = 011_{(\text{Exzess, 3 Bit})}$

→ EXP:
$$\begin{array}{r} 011 \\ +\ 011 \\ \hline 110_{(\text{Exzess})} \end{array}$$

- Achtung: Exponent kann sehr wohl negativ sein. Hier kommt die Exzessdarstellung (0 = Mitte = 011) , also verschobene 0 zum Einsatz

1.1 Allgemeine Umrechnung DEC → FP

DEC → FP, allgemein

1. DEC → BIN (vgl. Tut 10)
2. Normieren
3. Exp. in Exzess
4. VZ, EXP, M eintragen
   (! Hidden Bit)

Aufg.: $15.75_{(10)}$ → float9 (1,3,5)

$1111.11_{(2)} = 1.11111 \cdot 10^{011}$

→ 0 110 11111

1.2 Denormalisierte Zahlen

Denormalisierte Zahlen

... haben 0 im Exp. und kein HB

Bsp.: $-0.14_{(10)}$ → float9 (1,3,5)

$= -0.0010011 = -1.00011 \cdot 10^{-11}$

EXP:
$$\begin{array}{r} 011 \\ -\ 011 \\ \hline 000 \end{array}$$ ↯

Problem: Exp. 0 ist denormal, HB = 0

Lösung: Exponent zurück:

$= 0.100011 \cdot 10^{-010}$
$= 0.100011 \cdot 10^{001_{(\text{Exzess})}}$

1 000 10001

- Anwendung: 0 ist eine denormalisierte Zahl

i Spezialfall 0:

0 000 00000 +0
1 000 00000 −0

Hidden Bit = 0 (sinnvoll)
→ 0 ist eine denormalisierte Zahl

- Wozu ? → Größerer Zahlenbereich !

Bsp.: Rückumwandlung:

0 000 10010
↳ denormal

→ $= 0.1001 \cdot 10^{001_{(E)}}$
$= 0.1001 \cdot 10^{-010_{(E)}}$
$= 0.001001$
$= \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} \right)_{(10)} = \frac{9}{64}{}_{(10)}$

1.3 Allgemeine Umrechnung FP → DEC

- Schritte der Vorwärtsumrechnung rückgängig machen !

FP → DEC, allgemein

1. Darstellung aufspalten
2. Exzess vom Exp. abziehen
3. Normaldarst.; Komma zurückverschieben
4. Umrechnen

Bsp.: 1 101 10010

1. VZ: − Exp: $101_{(E)}$ M: 1.10010
2. $$\begin{array}{r} 101 \\ -\ 011 \\ \hline 010 \end{array}$$
3. $= -1.1001 \cdot 10^{10}$
   $= -110.01_{(2)}$
   $= -(2^2 + 2^1 + 2^{-2})$
   $= -6.25_{(10)}$

2. RECHNEN MIT GLEITKOMMAZAHLEN

2.1 Addition

FP Addition

Bsp.:
a: 0 010 01111
b: 1 011 00000 } addieren

1. Normal: $1.01111 \cdot 10^{010_E}$
   $-1.00000 \cdot 10^{011_E}$
2. EXP anpassen (kleineren → größeren)
   $1.011111 \cdot 10^{010_E}$
   $= 0.10111\cancel{1} \cdot 10^{011_E}$
3. M. addieren. Trick: $a-b = -(b-a)$
   $$\begin{array}{r} 1.00000 \\ -\ 0.10111 \\ \hline 0.01001 \end{array}$$
   $= -0.01001 \cdot 10^{011_E}$
4. Normieren → 1 001 00100

(Aufg.:)
0|101|01101
0|010|10010 } addieren

$1.01101 \cdot 10^{101_E}$
$1.10010 \cdot 10^{010_E} = 0.00110\cancel{010} \cdot 10^{101_E}$

$$\begin{array}{r} 1.01101 \\ +\ 0.00110 \\ \hline 1.10011 \end{array}$$

$= 1.10011 \cdot 10^{101_E}$

$\xrightarrow{\text{(norm)}}$ 0 101 10011

2.2 Multiplikation

FP Multiplikation

Bsp.:
a: 0 100 01000
b: 0 101 00010

1. Normal: $1.01000 \cdot 10^{100_E}$
   $1.00010 \cdot 10^{101_E}$
2. Neues VZ: + mal + immer noch +
3. EXP = $EXP_1 + EXP_2$ − Exzess
   $$\begin{array}{r} 100 \\ +\ 101 \\ \hline 1001_{(2)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1001 \\ -\ 011 \\ \hline 110_{(E)} \end{array}$$
4. M schriftl. multiplizieren
   $$\begin{array}{r} 1.01000 \cdot 1.00010 \\ \hline 1010000 \\ 1.0100000000 \\ \hline 1.010101\cancel{0000} \end{array}$$ Rundungsfehler

→ 0 110 01010